

ESTATÍSTICA APLICADA À ADMINISTRAÇÃO

Thiago Marzagão

DISTRIBUIÇÕES DISCRETAS DE PROBABILIDADE

variáveis discretas vs variáveis contínuas

- Exemplos de variáveis discretas:
- ...quantidade de alunos na sala
- ...quantas vezes uma moeda cai "cara" em 10 lançamentos
- ...soma das faces de um dado em 10 lançamentos
- Exemplos de variáveis contínuas:
- ...tempo decorrido entre dois eventos
- ...peso
- ...inflação

variáveis discretas vs variáveis contínuas

- Variável discreta: pode assumir número finito de valores.
- Variável contínua: pode assumir número infinito de valores.

distribuições discretas de probabilidade

- Uma distribuição de probabilidade é uma função, $f(x)$, que nos diz qual a probabilidade de x .
- Exemplo: lançamento de uma moeda.
 - $f(\text{cara}) = 1/2$
 - $f(\text{coroa}) = 1/2$
- Exemplo: lançamento de um dado.
 - $f(1) = 1/6$
 - $f(2) = 1/6$
 - $f(3) = 1/6$
 - $f(4) = 1/6$
 - $f(5) = 1/6$
 - $f(6) = 1/6$

distribuições discretas de probabilidade

- Toda distribuição de probabilidade é uma função mas nem toda função é uma distribuição de probabilidade.
- Requisitos p/ $f(x)$ ser uma distribuição de probabilidade:
- $f(x) \geq 0$
- ... ou seja, a probabilidade de todo x é maior ou igual a zero
- $\sum f(x) = 1$
- ... ou seja, a soma de todas as probabilidades deve ser igual a um

a distribuição uniforme

- Distribuição uniforme: $f(x) = 1/n$
- É o caso mais simples.
- Mesma probabilidade $p/$ todo x .
- Satisfaz as duas condições:
- P/ todo x a probabilidade é maior ou igual a zero.
- Soma das probabilidades é igual a um.
- Exemplos de distribuições uniformes:
- ...lançamento de moeda: $f(x) = \frac{1}{2}$
- ...lançamento de dado: $f(x) = \frac{1}{6}$
- (desenhar gráficos no quadro)

a distribuição binomial

- Distribuição binomial: $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$
- $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$
- O que caracteriza uma distribuição binomial?
- 1) experimento consiste em n ensaios idênticos
- 2) dois resultados são possíveis em cada ensaio
- 3) p é a mesma em todos os ensaios
- 4) os ensaios são independentes
- Exemplo: lançar moeda p / cima 10 vezes.
- Qual a probabilidade de obter 5 caras?
- $f(5) = ?$
- Distribuição binomial: $f(5) = \binom{10}{5} 0.5^5 (1-0.5)^{10-5}$
- $= 252(0.5^5)(0.5)^{10-5} \approx 0,24$
- (fazer passo a passo no quadro)

a distribuição de Poisson

- Distribuição de Poisson: $f(x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$
- μ é a média, $e \approx 2,71828\dots$
- O que caracteriza uma distribuição de Poisson?
 - 1) probabilidade de ocorrência do evento é a mesma p / dois intervalos de igual comprimento
 - 2) ocorrência ou não ocorrência do evento num intervalo independente da ocorrência ou não ocorrência em outro intervalo
- Obs.: intervalo não precisa ser temporal.
- Exemplo: probabilidade de um dado call center receber 50 chamados na próxima hora, sabendo que a média de chamadas por hora é de 30.
- $f(50) = ?$
- Distribuição de Poisson: $f(50) = \frac{(30^{50})(2,71^{-30})}{50!} \approx 0,0002$

exercício 1

- Os dados a seguir foram coletados contando-se o número de salas de cirurgia em uso no Hospital Geral de Tampa em um período de 20 dias: em três dos dias somente uma sala de cirurgia foi usada; em cinco dos dias, duas foram usadas; em oito dos dias, três foram usadas; e, em quatro dias, todas as quatro salas de cirurgia do hospital foram usadas.
- (a) Use a abordagem de frequência relativa para construir a distribuição de probabilidade correspondente ao número de salas de cirurgia em uso em qualquer dia do período.
- (b) Desenhe um gráfico da distribuição de probabilidade.
- (c) Mostre que sua distribuição de probabilidade satisfaz as condições necessárias a uma distribuição discreta de probabilidade válida.
- (Anderson et al, p. 210)

exercício 2

- Para as pessoas desempregadas nos Estados Unidos, a média dos meses de desemprego no final de dezembro de 2009 era de aproximadamente sete meses (*Bureau of Labor Statistics*, janeiro de 2010). Suponha que os dados a seguir se referem a uma região específica no interior do Estado de Nova York. Os valores na primeira coluna mostram o número de meses em desemprego e os valores na segunda coluna representam o número correspondente de pessoas desempregadas.

exercício 2 (cont.)

Período de desemprego (em meses)	Número de desempregados
1	1.029
2	1.686
3	2.269
4	2.675
5	3.487
6	4.652
7	4.145
8	3.587
9	2.325
10	1.120

exercício 2 (cont.)

- Digamos que x seja uma variável aleatória indicando o número de meses que uma pessoa está desempregada.
- a) Use os dados para desenvolver uma distribuição de probabilidade para x .
- b) Mostre que sua distribuição de probabilidade satisfaz as condições para uma distribuição discreta de probabilidade válida.
- c) Qual é a probabilidade de que uma pessoa esteja desempregada por dois meses ou menos?
- d) E desempregada por mais de dois meses?
- e) Qual é a probabilidade de que uma pessoa esteja desempregada por mais de seis meses?
- (Anderson et al, p. 210)

exercício 3

- As distribuições de freqüências relativas percentuais das pontuações sobre a satisfação no trabalho referentes a uma amostra de executivos seniores de sistemas de informação e gerentes intermediários de sistemas de informação são apresentadas a seguir. As pontuações variam de 1 (muito insatisfeito) a 5 (muito satisfeito).

Pontuação quanto à satisfação no trabalho	Executivos seniores de SI (%)	Gerentes intermediários de SI (%)
1	5	4
2	9	10
3	3	12
4	42	46
5	41	28

exercício 3 (cont.)

- a) Desenvolva uma distribuição de probabilidade referente à pontuação da satisfação de um executivo sênior no trabalho.
- b) Desenvolva uma distribuição de probabilidade referente à pontuação da satisfação de um gerente intermediário no trabalho.
- c) Qual é a probabilidade de um executivo sênior registrar uma pontuação de satisfação no trabalho igual a 4 ou 5?
- d) Qual é a probabilidade de um gerente intermediário estar muito satisfeito?
- (Ex. 10 em Anderson et al, pp. 210-211)

exercício 4

- Um técnico faz manutenção de máquinas de postagem em empresas na região de Phoenix. Dependendo do tipo de defeito, uma visita técnica pode demandar 1, 2, 3 ou 4 horas. Os diferentes tipos de defeito ocorrem aproximadamente na mesma frequência.
- a) Desenvolva uma distribuição de probabilidade para a duração de uma visita técnica.
- b) Mostre que sua distribuição de probabilidade satisfaz as condições necessárias a uma função de probabilidade discreta.
- c) Qual é a probabilidade de a visita técnica demandar três horas?
- d) Uma visita técnica acabou de chegar, mas o tipo de defeito é desconhecido. São 15 horas e o técnico habitualmente deixa o trabalho às 17 horas. Qual é a probabilidade de o técnico precisar trabalhar em hora extra para consertar a máquina ainda hoje?
- (Ex. 11 em Anderson et al, p. 211)

exercício 5

- As duas maiores fornecedoras de comunicações a cabo são Comcast Cable Communications, com 21,5 milhões de assinantes, e Time Warner Cable, com 11,0 milhões de assinantes (*The New York Times Almanac*, 2007). Suponha que a administração da Time Warner Cable avalie subjetivamente uma distribuição de probabilidade para o número de novos assinantes no próximo ano, no Estado de Nova York, como se segue.

x	$f(x)$
100.000	0,10
200.000	0,20
300.000	0,25
400.000	0,30
500.000	0,10
600.000	0,05

exercício 5 (cont.)

- a) Esta é uma distribuição de probabilidade válida? Explique.
- b) Qual é a probabilidade de que a Time Warner venha a obter mais de 400.000 novos assinantes?
- c) Qual é a probabilidade de que a Time Warner venha a obter mais de 200.000 novos assinantes?
- (Ex. 12 em Anderson et al, p. 211)

exercício 6

- Uma pesquisa de opinião realizada pela Harris Interactive para a InterContinental Hotels & Resorts perguntou aos entrevistados: "Ao realizar viagens internacionais, você se aventura sozinho para conhecer a cultura local ou se fixa com seu grupo de viagem aos itinerários turísticos?". A pesquisa descobriu que 23% dos entrevistados se prendem ao seu grupo turístico (*USA Today*, 21 de janeiro de 2004.)
- a) Em uma amostra de seis viajantes internacionais, qual é a probabilidade de dois se prenderem ao seu próprio grupo turístico?
- b) Em uma amostra de seis viajantes internacionais, qual é a probabilidade de pelo menos duas pessoas se prenderem ao seu próprio grupo turístico?
- c) Em uma amostra de dez viajantes internacionais, qual é a probabilidade de nenhum se prender ao seu próprio grupo turístico?
- (Ex. 28 em Anderson et al, p. 226)

exercício 7

- Em São Francisco, 30% dos trabalhadores utilizam transporte público diariamente (*USA Today*, 21 de dezembro de 2005).
- a) Em uma amostra com 10 trabalhadores, qual é a probabilidade de que exatamente 3 trabalhadores utilizem transporte público diariamente?
- b) Em uma amostra com 10 trabalhadores, qual é a probabilidade de que pelo menos 3 trabalhadores utilizem transporte público diariamente?
- (Ex. 29 em Anderson et al, p. 226)

exercício 8

- Doze dos 20 principais finalistas no PGA Championship de 2009, na Hazeltine National Golf Club, em Chaska, Minnesota, utilizaram uma bola de golfe da marca Titleist (site da Golf-Balltest, 12 de novembro de 2009). Suponha que esses resultados sejam representativos para a probabilidade de um jogador do PGA Tour selecionado aleatoriamente utilizar uma bola de golfe da marca Titleist. Para uma amostra de 15 jogadores faça os seguintes cálculos.
- a) Calcule a probabilidade de que exatamente 10 dos 15 jogadores do PGA Tour utilizem uma bola de golfe Titleist.
- b) Calcule a probabilidade de que mais de 10 dos jogadores do PGA Tour utilizem uma bola de golfe Titleist.
- c) Para uma amostra de 15 jogadores do PGA Tour, calcule o número esperado de jogadores que utilizam uma bola de golfe Titleist.
- (Ex. 33 - até c - em Anderson et al, p. 227)

exercício 9

- Um Estudo da População Atual do The Census Bureau mostra que 28% dos indivíduos, com idade de 25 ou mais, concluíram quatro anos de faculdade (*The New York Times Almanac*, 2006). Para uma amostra de 15 indivíduos, com idade de 25 ou mais, responda às seguintes questões:
- a) Qual é a probabilidade de que quatro indivíduos tenham concluído quatro anos de faculdade?
- b) Qual é a probabilidade de que três indivíduos ou mais tenham concluído quatro anos de faculdade?
- (Ex. 34 em Anderson et al, p. 227)

exercício 10

- Uma universidade descobriu que 20% dos seus estudantes desistem sem concluir o curso introdutório de estatística. Considere que 20 estudantes tenham se matriculado para o curso.
- a) Calcule a probabilidade de dois ou menos desistirem.
- b) Calcule a probabilidade de exatamente quatro desistirem.
- c) Calcule a probabilidade de mais de três desistirem.
- d) Calcule o número esperado de desistências.
- (Ex. 35 em Anderson et al, p. 227)

exercício 11

- De acordo com um estudo conduzido pela TD Ameritrade, um de cada quatro investidores têm fundos negociados na Bolsa de Valores, em seus portfólios (*USA Today*, 11 de janeiro de 2007). Considere uma amostra de 20 investidores.
- a) Calcule a probabilidade de que exatamente quatro investidores tenham fundos negociados na Bolsa de Valores, em seus portfólios.
- b) Calcule a probabilidade de que pelo menos dois dos investidores tenham fundos negociados na Bolsa de Valores, em seus portfólios.
- c) Calcule o número esperado de investidores que têm fundos negociados na Bolsa de Valores, em seus portfólios.
- (Ex. 36 em Anderson et al, p. 227)

exercício 12

- Chamadas telefônicas são recebidas à taxa de 48 por hora no balcão de reservas da Regional Airways.
- a) Calcule a probabilidade de receberem três chamadas em um intervalo de tempo de cinco minutos.
- b) Calcule a probabilidade de receberem exatamente dez chamadas em 15 minutos.
- (Ex. 40 - até b - em Anderson et al, p. 231)

exercício 13

- Os estabelecimentos de Bed & Breakfast (B&B) registraram a entrada de mais de 50 milhões de hóspedes todos os anos. Os atrativos mostrados no site da Bed and Breakfast Inns of North America, o qual tem uma média de aproximadamente sete visitas por minuto, possibilitam a muitos estabelecimentos de B&B atraírem hóspedes (*Time*, setembro de 2001).
- a) Calcule a probabilidade de não haver nenhuma visita ao site no período de um minuto.
- b) Calcule a probabilidade de haver duas ou mais visitas ao site no período de um minuto.
- c) Calcule a probabilidade de haver uma ou mais visitas ao site em um período de 30 segundos.
- d) Calcule a probabilidade de haver cinco ou mais visitas ao site no período de um minuto.
- (Ex. 42 em Anderson et al, p. 231)

exercício 14

- Os passageiros de uma empresa aérea chegam aleatória e independentemente ao balcão de controle de passageiros de um importante aeroporto internacional. A taxa média de chegada é de 10 passageiros por minuto.
- a) Calcule a probabilidade de ninguém chegar no período de um minuto.
- b) Calcule a probabilidade de três ou menos passageiros chegarem no período de um minuto.
- c) Calcule a probabilidade de ninguém chegar num período de 15 segundos.
- d) Calcule a probabilidade de pelo menos um passageiro chegar em um período de 15 segundos.
- (Ex. 43 em Anderson et al, p. 231)

exercício 15

- A cada ano, ocorre uma média de 15 acidentes aeronáuticos (*The World Almanac and Book Facts*, 2004).
- a) Calcule o número médio de acidentes aeronáuticos por mês.
- b) Calcule a probabilidade de não ocorrer nenhum acidente durante um mês.
- c) Calcule a probabilidade de ocorrer exatamente um acidente durante um mês.
- d) Calcule a probabilidade de ocorrer mais de um acidente durante um mês.
- (Ex. 44 em Anderson et al, p. 231)

exercício 16

- O National Safety Council (NSC) estima que acidentes de trabalho custem às empresas dos Estados Unidos quase \$ 200 bilhões anualmente em perda de produtividade (*National Safety Council*, março de 2016). Com base nas estimativas do NSC, espera-se que as companhias com 50 funcionários apresentem uma média de três acidentes de trabalho por ano. Responda às seguintes perguntas com relação às companhias com 50 funcionários.
- a) Qual a probabilidade de não haver acidentes de trabalho durante um ano?
- b) Qual a probabilidade de ocorrer pelo menos dois acidentes de trabalho durante um ano?
- c) Qual é o número esperado de acidentes de trabalho durante seis meses?
- d) Qual a probabilidade de não haver acidentes de trabalho durante os próximos seis meses?
- (Ex. 45 em Anderson et al, p. 231)