

# ESTATÍSTICA APLICADA À ADMINISTRAÇÃO

Thiago Marzagão

## INTERVALOS DE CONFIANÇA

## média amostral ( $\bar{x}$ )

- Queremos saber o salário médio do aluno do IDP. Não dá p/ entrevistar todos. Seleccionamos 10 alunos. As respostas são:
- R\$ 1200
- R\$ 900
- R\$ 7800
- R\$ 3500
- R\$ 1800
- R\$ 2600
- R\$ 950
- R\$ 1400
- R\$ 1850
- R\$ 2300

## média amostral ( $\bar{x}$ )

- Esses 10 salários são uma *amostra* de todos os salários dos alunos do IDP. Amostra  $\neq$  população.
- A média desses 10 salários é uma *estimativa* da média salarial de todos os alunos do IDP.
- Em outras palavras: a *média amostral*,  $\bar{x}$ , é uma estimativa da *média populacional*,  $\mu$ .
- P/ os 10 salários que levantamos a média amostral,  $\bar{x}$ , é:

$$\frac{1200 + 900 + 7800 + 3500 + 1800 + 2600 + 950 + 1400 + 1850 + 2300}{10}$$

- =  $\frac{24300}{10}$
- = 2430

## média amostral ( $\bar{x}$ ) vs média populacional ( $\mu$ )

- Ok, descobrimos que  $\bar{x} = 2430$ . Mas, exceto por alguma coincidência incrível, geralmente  $\bar{x} \neq \mu$ . Há uma *margem de erro* aí.
- Essa margem de erro existe porque não entrevistamos todos os alunos do IDP, mas apenas uma amostra dos alunos do IDP.
- Nós queremos calcular essa margem de erro. Ou seja, nós queremos poder dizer que o salário médio dos alunos do IDP é de R\$ 2430 *com uma margem de erro de tantos R\$ para mais ou para menos*, com (por exemplo) 95% de segurança.

## média amostral ( $\bar{x}$ ) vs média populacional ( $\mu$ )

- O salário (seja dos alunos do IDP, dos habitantes de Brasília ou dos habitantes do Brasil) é uma variável que segue uma *distribuição normal* (lembra-se dela?).
- Uma das propriedades da distribuição normal é que aproximadamente 95% das observações estão no intervalo  $\mu \pm 1,96\sigma$  (veja o último slide da última aula). (Desenhar no quadro.)
- Nossa estimativa de  $\mu \pm 1,96\sigma$  é  $\bar{x} \pm 1,96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- $1,96\sigma_{\bar{x}}$  é nossa margem de erro (p/ 95% de confiança)

## média amostral ( $\bar{x}$ ) vs média populacional ( $\mu$ )

- Ok, então precisamos encontrar nosso intervalo  $\bar{x} \pm 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- Já vimos que  $\bar{x} = \text{R\$ } 2430$
- Já vimos que  $n = 10$
- E suponha que, com base numa pesquisa anterior, saibamos que  $\sigma = \text{R\$ } 1100$ .
- Portanto nosso intervalo de confiança de 95% é:
- $2430 \pm 1,96 \frac{1100}{\sqrt{10}}$
- $= 2430 \pm 681,78$
- $= [1748,21; 3111,78]$
- 95% de confiança de que esse intervalo contém  $\mu$
- Se coletarmos 100 amostras de tamanho  $n$  e calcularmos esse intervalo p/ cada amostra, 95 desses intervalos conterão  $\mu$

## calculando margem de erro e intervalo de confiança

- Ok, então precisamos encontrar nosso intervalo  $\bar{x} \pm 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- Já vimos que  $\bar{x} = \text{R\$ } 2430$
- Já vimos que  $n = 10$
- E suponha que, com base numa pesquisa anterior, saibamos que  $\sigma = \text{R\$ } 1100$ .
- Portanto nosso intervalo de confiança de 95% é:
- $2430 \pm 1,96 \frac{1100}{\sqrt{10}}$
- $= 2430 \pm 681,78$
- $= [1748,21; 3111,78]$
- 681,78 é nossa margem de erro
- Estimamos que o salário médio dos alunos do IDP é de R\$ 2430, com uma margem de erro de R\$ 681,78 para mais ou para menos.

## calculando margem de erro e intervalo de confiança

- Percebam:
- ...quanto maior  $n$ , menor será o intervalo.
- ...quanto menor  $\sigma$ , menor será o intervalo.
- ...o tamanho da população nunca entra no cálculo. Nossas estimativas não dependem da quantidade total de alunos do IDP. P/ efeitos práticos considera-se a população como sendo infinita.



## calculando margem de erro e intervalo de confiança

- Até aqui vimos apenas como calcular intervalos de confiança de 95%.
- Mas qualquer outro valor é possível.
- Na prática os valores mais usados são 90%, 95% e 99%.
- P/ 90%:  $\bar{x} \pm 1,64 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- P/ 95%:  $\bar{x} \pm 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- P/ 99%:  $\bar{x} \pm 2,57 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- P/ qualquer grau de confiança:
- Encontre  $\alpha = 1 - \text{grau}$
- Encontre  $\alpha/2$
- Encontre o  $z$  até o qual a probabilidade é  $\alpha/2$

## exercício 1

- Uma amostra aleatória simples de 40 itens resultou em uma média amostral 25. O desvio padrão populacional é  $\sigma = 5$ .
- a) Qual é o erro padrão da média,  $\sigma_{\bar{x}}$ ?
- b) Para um grau de confiança de 95%, qual é a margem de erro?
- (Ex. 1 em Anderson et al, p. 321)

## exercício 2

- Uma amostra aleatória simples de 50 itens de uma população, com  $\sigma = 6$ , resultou em uma média amostral igual a 32.
- a) Forneça um intervalo de confiança de 90% para a média populacional.
- a) Forneça um intervalo de confiança de 95% para a média populacional.
- a) Forneça um intervalo de confiança de 99% para a média populacional.
- (Ex. 2 em Anderson et al, p. 321)

## exercício 3

- Uma amostra aleatória simples de 60 itens de uma população, com  $\sigma = 15$ , resultou em uma média amostral igual a 80.
- a) Calcule o intervalo de confiança de 95% para a média populacional.
- b) Suponha que a mesma média amostral tenha sido obtida de uma amostra de 120 itens. Forneça um intervalo de confiança de 95% para a média populacional.
- c) Qual é o efeito de um tamanho amostral maior sobre a estimativa intervalar?
- (Ex. 3 em Anderson et al, p. 321)

## exercício 4

- Sabe-se que o intervalo de confiança de 95% para uma média populacional é de 152 a 160. Se  $\sigma = 15$ , qual tamanho amostral foi utilizado nesse estudo?
- (Ex. 4 em Anderson et al, p. 321)

## exercício 5

- Em um esforço para estimar a quantia média que cada cliente gasta por jantar em um grande restaurante de Atlanta, foram coletados dados de uma amostra de 49 clientes. Suponha um desvio-padrão populacional de \$ 5,00.
- a) Para um grau de confiança de 95%, qual é a margem de erro?
- b) Se a média amostral é \$ 24,80, qual é o intervalo de confiança de 95% para a média populacional?
- (Ex. 5 em Anderson et al, p. 321)

## exercício 6

- O *The Wall Street Journal* relatou que os acidentes de automóveis custam aos Estados Unidos \$ 162 bilhões anualmente (*The Wall Street Journal*, 5 de março de 2008). O custo médio por pessoa referente a acidentes na região de Tampa, na Flórida, foi estimado em \$ 1599. Suponha que esse custo médio tenha como base uma amostra de 50 pessoas que tenham se envolvido em acidentes de automóvel e que o desvio padrão populacional seja  $\sigma = 600$ . Qual é a margem de erro para um intervalo de confiança de 95%? O que você recomendaria se o estudo exigisse uma margem de erro de \$ 150 ou menos?
- (Ex. 7 em Anderson et al, p. 321)

## e se $\sigma$ é desconhecido?

- Nesse caso estimamos  $\sigma$  a partir da nossa amostra:
- $$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$
- E substituímos a distribuição normal pela distribuição  $t$  com  $n - 1$  graus de liberdade.
- O intervalo é:
- $$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$



## exercício 7

- Para uma distribuição  $t$  com 16 graus de liberdade, encontre a área, ou probabilidade, para cada região.
- a) À direita de 2,120.
- b) À esquerda de 1,337.
- c) À esquerda de -1,746.
- d) À direita de 2,583.
- e) Entre -2,120 e 2,120.
- f) Entre -1,746 e 1,746.
- (Ex. 11 em Anderson et al, p. 329)

## exercício 8

- Encontre o(s) valore(s)  $t$  para cada um dos seguintes casos:
- a) Área da cauda superior igual a 0,025, com 12 graus de liberdade.
- b) Área da cauda inferior igual a 0,05, com 50 graus de liberdade.
- c) Área da cauda superior igual a 0,01, com 30 graus de liberdade.
- d) Onde 90% da área se situa entre esses dois valores  $t$  com 25 graus de liberdade.
- e) Onde 95% da área se situa entre esses dois valores  $t$  com 45 graus de liberdade.
- (Ex. 12 em Anderson et al, p. 329)

## exercício 9

- Os dados amostrais seguintes são de uma população normal: 10, 8, 12, 15, 13, 11, 6, 5.
- a) Qual é a estimativa pontual da média populacional?
- b) Qual é a estimativa pontual do desvio padrão populacional?
- c) Com 95% de confiança, qual é a margem de erro da estimativa da média populacional?
- d) Qual é o intervalo de confiança de 95% para a média populacional?
- (Ex. 13 em Anderson et al, p. 329)

## exercício 10

- Uma amostra aleatória simples com  $n = 54$  produziu uma média amostral igual a 22,5 e um desvio padrão amostral igual a 4,4.
- a) Desenvolva um intervalo de confiança de 90% para a média populacional.
- b) Desenvolva um intervalo de confiança de 95% para a média populacional.
- c) Desenvolva um intervalo de confiança de 99% para a média populacional.
- d) O que acontece à margem de erro e ao intervalo de confiança quando o grau de confiança é aumentado?
- (Ex. 14 em Anderson et al, p. 329)

## exercício 11

- A equipe de vendas da Skillings Distributors apresenta semanalmente relatórios que relacionam os contatos feitos com clientes durante a semana. Uma amostra de 65 relatórios exibiu uma média amostral de 19,5 contratos com clientes por semana. O desvio padrão amostral foi de 5,2. Forneça os intervalos de confiança de 90% e 95% para o número médio populacional de contatos semanais com clientes feitos pela equipe de vendas.
- (Ex. 15 em Anderson et al, p. 329)

## exercício 12

- O número médio de horas de voo dos pilotos da Continental Airlines equivale a 49 horas por mês (*The Wall Street Journal*, 25 de fevereiro de 2003). Suponha que essa média tenha se baseado em tempos de voo reais de uma amostra de 100 pilotos da Continental e que o desvio padrão amostral tenha sido de 8,5 horas.
- a) Com 95% de confiança, qual é a margem de erro?
- b) Qual é a estimativa intervalar com 95% de confiança do tempo de voo médio populacional dos pilotos?
- (Ex. 16 em Anderson et al, pp. 329-330)

## como escolher o tamanho da amostra?

- Só é possível quando conhecemos  $\sigma$ .
- Nesse caso, p/ o erro ( $E$ ) desejado, encontramos:

- $$n = \left( \frac{(z_{\alpha/2})\sigma}{E} \right)^2$$

## exercício 13

- Qual tamanho amostral deve ser selecionado para produzir um intervalo de confiança de 95% com uma margem de erro igual a 10? Suponha que o desvio padrão populacional seja de 40.
- (Ex. 23 em Anderson et al, p. 333)



## exercício 14

- O custo médio de um galão de gasolina comum na região da Grande Cincinnati foi relatado como sendo de R\$ 2,41 (*The Cincinnati Enquirer*, 3 de fevereiro de 2006). Durante períodos em que os preços se modificam rapidamente, o jornal faz a amostragem em postos de gasolina e, frequentemente, prepara relatórios sobre os preços da gasolina. Suponha que o desvio padrão seja de 0,15 para o preço de um galão de gasolina comum e recomende o tamanho amostral apropriado para o jornal utilizar, caso deseje relatar uma margem de erro com grau de confiança de 95%.
- a) Suponha que a margem de erro desejada seja de \$ 0,07.
- b) Suponha que a margem de erro desejada seja de \$ 0,05.
- c) Suponha que a margem de erro desejada seja de \$ 0,03.
- (Ex. 26 em Anderson et al, p. 333)

## e se em vez de média nós temos uma proporção?

- Até aqui vimos como calcular intervalos de confiança  $p/$  uma média amostral,  $\bar{x}$ .
- Mas e se tivermos uma variável binária? Ex.: tomou ou não a vacina contra o H1N1?
- Nesse caso temos uma proporção. Denotamos a proporção populacional por  $p$  e a proporção amostral por  $\bar{p}$ .
- O intervalo de confiança  $p/$  uma proporção amostral é:

- $\bar{p} \pm (z_{\alpha/2})\sigma_{\bar{p}}$

- Onde  $\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$

- Substituindo:  $\bar{p} \pm (z_{\alpha/2})\sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}}$

## exercício 15

- Uma amostra aleatória simples de 400 pessoas apresentou 100 respostas Sim.
- a) Qual é a estimativa pontual da proporção populacional que apresentaria respostas Sim?
- b) Qual é sua estimativa do erro padrão da proporção,  $\sigma_{\bar{p}}$ ?
- c) Calcule o intervalo de confiança de 95% para a proporção populacional.
- (Ex. 31 em Anderson et al, p. 337)

## exercício 16

- Uma amostra aleatória simples de 800 elementos gera uma proporção amostral  $\bar{p} = 0,70$ .
- a) Forneça um intervalo de confiança de 90% para a proporção populacional.
- b) Forneça um intervalo de confiança de 95% para a proporção populacional.
- (Ex. 32 em Anderson et al, pp. 337-338)

## exercício 17

- O Consumer Reports National Research Center conduziu um estudo por telefone envolvendo 2000 adultos para aprender sobre as principais preocupações econômicas quanto ao futuro (*Consumer Reports*, janeiro de 2009). Os resultados do estudo mostraram que 1760 dos respondentes acreditam que o futuro equilíbrio do Seguro Social é uma importante preocupação econômica.
- a) Qual é a estimativa pontual da proporção populacional de adultos que acreditam que o equilíbrio futuro do Seguro Social é uma importante preocupação econômica?
- b) Com 90% de confiança, qual é a margem de erro?
- c) Desenvolva um intervalo de confiança de 90% para a proporção populacional de adultos que pensam que o futuro equilíbrio do Seguro Social é uma importante preocupação econômica.
- d) Desenvolva um intervalo de confiança para essa proporção populacional.
- (Ex. 35 em Anderson et al, p. 338)

## como escolher o tamanho da amostra?

- Precisamos conhecer (ou “chutar”)  $p$ . Chamamos esse chute de  $p^*$

- $$n = \frac{(z_{\alpha/2})^2 p^* (1 - p^*)}{E^2}$$

## exercício 18

- Em uma pesquisa, o valor planejado da proporção populacional é  $p^* = 0,35$ . Qual tamanho amostral deve ser considerado para produzir um intervalo de confiança de 95% com uma margem de erro de 0,05?
- (Ex. 33 em Anderson et al, p. 338)